

UŁAMEK OKRESOWY

Ułamek okresowy poznasz po tym, że w serii cyfr po przecinku, powtarza się jedna cyfra, dwie cyfry lub większa ilość cyfr.

1. Może powtarzać się jedna cyfra, np. 0,16666666 ...

wtedy taką liczbę zapisujemy **0,1(6)**.

2. Mogą powtarzać się dwie cyfry, np. 1,323232 ...

wtedy tę liczbę zapisujemy **1,(32)**.

3. Może powtarzać się więcej cyfr, np. 2,923076923076 ...

wtedy zapiszemy ją **2,(923076)**.

Każdy ułamek okresowy można zamienić na ułamek zwykły.

Przykład. Zamienimy ułamek okresowy **6,(1)** na zwykły.

Przyjmujemy oznaczenie: $x = 6,1111 \dots$

Dążymy do tego, aby cyfra **1** z okresu wskoczyła przed przecinek, a więc by znalazła się obok **6**. Uzyskamy to, gdy obie strony równania pomnożymy przez **10**. Zatem:

$$\begin{array}{l} x = 6,1111 \dots \\ \hline 10x = 61,1111 \dots \end{array} / \cdot 10$$

Teraz odejmujemy stronami. Łatwiej będzie dolny wiersz odjąć górny;

$$\begin{array}{r} x = 6,111111 \dots \\ 10x = 61,111111 \dots \\ \hline 9x = 61 - 6 \end{array} \quad \begin{array}{l} / - \\ \text{skrócą się jedyneki za przecinkiem;} \end{array}$$

$$9x = 55$$

$$9x = 55 \quad / : 9$$

$$x = \frac{55}{9} \quad \text{więc } x = 6\frac{1}{9}$$

Sprawdzenie. $6\frac{1}{9} = \frac{55}{9} = 55 : 9 = 6,11111 = 6,(1)$

Szczególny przypadek. Jeśli ułamek okresowy ma oprócz okresowych cyfr jeszcze inne, np. 1,4(6) to zamianę wykonujemy etapami.

Wytłumaczę Ci to na przykładzie:

$$x = 1,4666 \dots$$

Zanim przesuniemy cyfrę **6** przed przecinek, musimy to zrobić z cyfrą **4**. Zatem wykonamy dwa mnożenia: pierwsze przez 10, aby przesunąć **4** przed przecinek i drugie też przez 10, aby **6** była przed przecinkiem:

$$\begin{array}{l} x = 1,4666 \dots \\ \hline 10x = 14,6666 \dots \\ \hline 100x = 146,6666 \dots \end{array} / \cdot 10$$

Odejmujemy **dwa ostatnie wiersze**, dolny odjąć środkowy:

$$\begin{array}{r} 10x = 14,6666\dots \\ 100x = 146,6666\dots \end{array} \quad - \quad \text{szóstki za przecinkiem skrócą się;}$$

Otrzymujemy:

$$100x - 10x = 146 - 14$$

$$90x = 132 \quad / : 90$$

$$x = \frac{132}{90} \quad \text{to} \quad x = 1\frac{42}{90} \quad \text{po skróceniu} \quad x = 1\frac{7}{15}$$

$$\text{Sprawdzenie. } 1\frac{7}{15} = \frac{22}{15} = 22 : 15 = 1,4666\dots = \mathbf{1,4(6)}$$

Przydatne wskazówki:

1. Jeśli w okresie jest jedna cyfra, np. 32,(7) to mnożysz obie strony równania przez **10**.
2. Jeśli w okresie są dwie cyfry, np. 1,(23) to mnożysz obie strony równania przez **100**.
3. Jeśli w okresie są trzy cyfry, np. 2,(467) to mnożysz obie strony równania przez **1000**.

Jeśli masz wykonać działania na ułamkach okresowych: dodawanie, odejmowanie, mnożenie czy dzielenie, np. **1, (3) + 2, (7)** to najpierw zamień je na ułamki zwykłe, a potem obliczaj działanie.

Popatrz, jaka jest różnica, gdyby uczeń „poszedł na skróty”:

$$- \text{ błędnie: } \mathbf{1, (3) + 2, (7) = 4}$$

$$- \text{ poprawnie: } \mathbf{1, (3) + 2, (7) = 1\frac{3}{9} + 2\frac{7}{9} = 3\frac{10}{9} = 4\frac{1}{9}}$$

Mała różnica w wyniku, ale jest. W taki sposób uczeń niepotrzebnie traci punkty na klasówce lub maturze.

Praca domowa:

1. Zamień ułamek okresowy na zwykły:

a) 3,(7) b) 8,(6) c) 1,(23) d) 4,(19)

Odpowiedzi:

1. a) $3\frac{7}{9}$ b) $8\frac{2}{3}$ c) $1\frac{23}{99}$ d) $4\frac{19}{99}$