

19. PROCENTY

Jeden procent, czyli 1%, oznacza jedną setną część z całości.

$$1\% = \frac{1}{100} \text{ lub } 1\% = 0,01 \qquad 1 \text{ całość} = 100\%$$

Wytłumaczę Ci teraz najważniejsze tematy związane z procentami.

ZAMIANA UŁAMKA NA PROCENT

Każdy ułamek zwykły można zamienić na procenty. Są dwa sposoby.

Sposób 1. Ułamek zwykły rozszerzysz do mianownika **100** i jaką liczbę otrzymasz w liczniku, taka jest liczba procentów. Ten sposób stosujesz, gdy w mianowniku masz: 2, 4, 5, 10, 20, 25, 50, bo te liczby można rozszerzyć do **100**.

$$\frac{1}{2} = \frac{50}{100} = 50\% \qquad \frac{2}{5} = \frac{40}{100} = 40\% \qquad \frac{3}{4} = \frac{75}{100} = 75\%$$

Sposób 2. Jeśli mianownika nie da się rozszerzyć do **100**, to ułamek mnożysz przez **100%** jak tutaj:

$$\frac{2}{7} = \frac{2}{7} \cdot 100\% = \frac{2 \cdot 100}{7} \% = \frac{200}{7} \% = 28 \frac{4}{7} \%$$

Ułamek dziesiętny zamienisz na procenty, gdy przesuniesz w nim przecinek o 2 miejsca w prawo;

$$0,27 = 27\% \qquad 1,4 = 140\%$$

ZAMIANA PROCENTA NA UŁAMEK

Liczbę procentów napisz do licznika, a do mianownika wpisz **100**.

$$9\% = \frac{9}{100} \qquad 23\% = \frac{23}{100} \qquad 300\% = \frac{300}{100} = 3$$

Tak samo zrobisz, gdy masz podany ułamek procenta:

$$\frac{3}{7}\% = \frac{\frac{3}{7}}{100} = \frac{3}{7} : 100 = \frac{3}{7} : \frac{100}{1} = \frac{3}{7} \cdot \frac{1}{100} = \frac{3}{700}$$

$$1,7\% = \frac{1,7}{100} = \frac{1,7}{100,0} = \frac{17}{1000}$$

Gdy procenty chcesz zamienić na ułamek dziesiętny, to odetnij w liczbie dwa miejsca w lewą stronę:

$$\leftarrow 19\% = 0,19 \qquad \leftarrow 3\% = 0,03 \qquad \leftarrow 250\% = 2,5$$

OBLICZANIE PROCENTA Z DANEJ LICZBY

Aby obliczyć procent z liczby **mnożysz procenty i liczbę**.

Przykład. Babcia chce Ci dać na wycieczkę 2% ze swej emerytury. Jej emerytura wynosi 950 zł. Jaką kwotę dostaniesz?

Mnożenie wykonasz na liczbach dziesiętnych lub ułamkach zwykłych.

Sposób 1. Zamień procenty na liczbę dziesiętną, to $2\% = 0,02$ i mnożysz ją przez 950;

$$2\% \cdot 950 = 0,02 \cdot 950 = 19 \text{ zł dostaniesz.}$$

Sposób 2. Procenty zamień na ułamek zwykły, $2\% = \frac{2}{100}$ i pomnóż:

$$2\% \cdot 950 = \frac{2}{100} \cdot 950 = \frac{2 \cdot 950}{100} = \frac{1900}{100} = 19 \text{ zł}$$

Odp. Na wycieczkę dostaniesz od babci 19 zł.

OBLICZANIE LICZBY Z DANEGO JEJ PROCENTA

W tym przypadku **dzielimy liczbę przez procent**. Przywołamy zadanie z babcią.

Przykład. Babcia dała Ci na wycieczkę 19 zł, a ta kwota to 2% z jej emerytury. Ile wynosi emerytura babci?

To jest zadanie odwrotne do poprzedniego. Przedtem mnożyliśmy, a teraz dzielimy liczbę przez procent.

$$19 : 2\% = 19 : 0,02 = \frac{19}{0,02} = \frac{19,00}{0,02} = \frac{1900}{2} = 950$$

Odp. Emerytura babci wynosi 950 zł.

JAKIM PROCENTEM JEDNEJ LICZBY JEST DRUGA LICZBA

Przykład. Jakim procentem liczby 20 jest liczba 7?

Liczba 7 jest częścią liczby 20. To tak, jakby całość podzielić na 20 części i wziąć 7. Zapisujemy obie liczby do ułamka, w licznik 7, a w mianownik

20, to mamy $\frac{7}{20}$.

Teraz ten ułamek trzeba zamienić na procenty, więc rozszerzamy go do mianownika 100 i w liczniku otrzymamy liczbę procentów:

$$\frac{7}{20} = \frac{35}{100} = 35\%$$

Odp. Liczba 7 stanowi 35% liczby 20.

Przykład. Jakim procentem liczby 9 jest liczba 11?

Jest to ułamek $\frac{11}{9}$, ale nie da się go rozszerzyć do mianownika 100, więc pomnożymy go przez 100%:

$$\frac{11}{9} \cdot 100\% = \frac{1100}{9}\% = 122\frac{2}{9}\%$$

Odp. Liczba 11 to $122\frac{2}{9}\%$ liczby 9.

Takie zadania możesz też wykonać przy pomocy proporcji. W tym przykładzie 9 to 100%, a 11 to niewiadoma $x\%$. I mnożysz na ukos.

OBNIŻKA I PODWYŻKA PROCENTOWA

Cena wyprodukowanego towaru to zawsze 100% x .

$1x = 100\% x$ cena początkowa

Jeśli obniżono cenę o **10%**, to zapisujesz nową cenę jako **90% x** .

Jeśli obniżono ją o **20%**, to zapisujesz nową cenę jako **80% x** .

Jeśli podniesiono cenę o **10%**, to nową cenę zapisujesz jako **110% x** .

Jeśli podniesiono cenę o **5%**, to nową cenę zapiszesz jako **105% x** .

Przykład. Cenę towaru obniżono o 20% i wynosi ona teraz 48 zł. Ile kosztował towar przed obniżką?

Skoro cena została obniżona, to mamy teraz **80% x** .

Zapisujemy:

$80\% x = 48$ zamieniamy procenty na liczbę dziesiętną;

$0,80 \cdot x = 48$ $/: 0,80$ rozwiązujemy równanie, aby obliczyć x ;

$x = 60$ taka była początkowa cena.

Odp. Towar przed obniżką kosztował 60 zł.

ZAD. 12. Komputer po obniżce ceny o 10% kosztuje 1620 zł. Jaka była jego cena przed obniżką?

® Skoro cena jest obniżona, to spadła do **90% x** .

Zatem **90% x** ma wartość 1620 zł. Tworzymy równanie:

$90\% x = 1620$

Zamieniamy procenty na ułamek: $90\% = 0,90$ i mamy:

$0,90 \cdot x = 1620$

Działaniem odwrotnym do mnożenia jest dzielenie, a więc:

$x = 1620 : 0,90$

$x = 1800$

Odp. Komputer przed obniżką kosztował 1800 zł.

ZAD. 13. Firma szyjąca plecaki podniosła wydajność produkcji o 5%. Ile plecaków szyje obecnie, jeśli początkowo szyła 300 sztuk?

® Liczba 300 to 100% poprzedniej produkcji. Obliczymy, ile wynosi 5% z 300, a wtedy dowiemy się, o ile więcej plecaków szyje firma obecnie.

Mnożymy 5% przez 300:

5% z 300 = $0,05 \cdot 300 = 15$ o tyle plecaków więcej szyje teraz firma.

Dodamy 15 do 300, aby uzyskać obecną wielkość produkcji:

$300 + 15 = 315$

Odp. Obecnie firma szyje 315 plecaków.

OBLICZANIE ODSETEK OD LOKATY

Ludzie przechowują swoje oszczędności w banku, który korzysta z ich pieniędzy i w zamian za to dolicza klientom odsetki od powierzonej gotówki. Bank zawsze informuje, **jaki procent w skali roku** obowiązuje w jego placówce. Po upływie terminu: roku, dwóch, trzech lat lub więcej, klient otrzymuje wpłaconą kwotę powiększoną o odsetki naliczane co rok.

Przykład. Pan Nowak wpłaca do banku na 3 lata kwotę 4000 zł. Bank proponuje mu oprocentowanie 5% w skali roku. Jaką kwotę wraz z odsetkami otrzyma po 3 latach?

Sposób 1. Można to zadanie rozwiązać „na piechotę” obliczając odsetki w każdym, kolejnym roku.

Dane: $K = 4000$ zł $p = 5\%$ $n = 3$ lata

a) odsetki po pierwszym roku to 5% z 4000 zł, mnożymy procent i liczbę: $5\% \cdot 4000$ zł = $0,05 \cdot 4000 = 200$ zł odsetki za pierwszy rok, $4000 + 200 = 4200$ zł tyle jest po upływie pierwszego roku,

b) obliczamy odsetki za drugi rok, już od kwoty 4200 zł:
 $5\% \cdot 4200$ zł = $0,05 \cdot 4200 = 210$ zł odsetki za drugi rok,
 $4200 + 210 = 4410$ zł tyle jest pieniędzy po dwóch latach,

c) obliczamy odsetki po trzecim roku, już od kwoty 4410 zł.
 $5\% \cdot 4410$ zł = $0,05 \cdot 4410 = 221$ zł odsetki po trzecim roku.
 $4410 + 221 = 4631$ zł otrzyma pan Nowak po 3 latach oszczędzania.

Sposób 2. Do obliczania kwoty wraz z odsetkami służy wzór:

$$K_n = K \cdot (1 + p)^n$$

Kolejne symbole oznaczają:

K_n – końcowa kwota razem z odsetkami, $K_n = ?$

K – wpłacona do banku kwota 4000 zł

p – oprocentowanie w skali roku, $5\% = 0,05$

n – na tyle lat wpłacone są pieniądze, $n = 3$

Dane podstawiamy do wzoru: $K_n = K \cdot (1 + p)^n$

$$K_3 = 4000 \cdot (1 + 0,05)^3$$

$$K_3 = 4000 \cdot (1,05)^3$$

$$K_3 = 4000 \cdot 1,157625 = 4631$$

Odp. Po 3 latach oszczędzania pan Nowak otrzyma kwotę 4631 zł.