

SPIS TREŚCI

1. Witaj w świecie liczb rzeczywistych.....	16
Prawa działań	19
2. Poznajemy zbiory liczbowe.....	21
3. Cyfry arabskie i rzymskie.....	23
4. Liczby pierwsze i złożone	24
5. Liczba przeciwna i odwrotna	24
6. Największy wspólny dzielnik – NWD.....	26
7. Najmniejsza wspólna wielokrotność – NWW.....	27
8. Cechy podzielności liczb	28
9. Zamiana jednostek.....	30
Jednostki długości	30
Jednostki powierzchni.....	32
Jednostki objętości.....	33
Miary gruntu.....	34
Jednostki masy.....	35
Jednostki czasu	35
10. Skala	37
Dodawanie i odejmowanie	39
Mnożenie i dzielenie.....	40
Potęgowanie	41
Podsumowanie działań na liczbach całkowitych.....	42
12. Ułamki zwykłe.....	44
Miejsce ułamka na osi liczbowej	44
Sprowadzanie ułamków do wspólnego mianownika.....	45
Porównywanie ułamków	45
Skracanie ułamków	45
Rozszerzanie ułamków	46
Zamiana liczby mieszanej na ułamek.....	46
Zamiana ułamka na liczbę mieszaną.....	46
Dodawanie i odejmowanie	47
Super sposób na dodawanie i odejmowanie ułamków	47
Mnożenie i dzielenie.....	49
Potęgowanie	49
13. Liczba dziesiętna.....	51
Ułamek w postaci dziesiętnej.....	51

Zamiana liczby dziesiętnej na ułamek	52
Ułamek zwykły i liczba dziesiętna.....	52
14. Działania na liczbach dziesiętnych	54
Dodawanie i odejmowanie	54
Mnożenie.....	54
Mnożenie w pamięci.....	55
Dzielenie.....	55
Dzielenie z pominięciem słupka.....	56
Potęgowanie	56
Wielkie liczby – notacja wykładnicza.....	57
15. Przybliżenia dziesiętne.....	58
16. Kolejność wykonywania działań	60
17. Porządkowanie liczb wymiernych.....	62
Ułamek okresowy.....	63
18. Liczby niewymierne.....	65
19. Procenty	66
Zamiana ułamka na procent.....	66
Zamiana procenta na ułamek	66
Obliczanie procenta z danej liczby	66
Obliczanie liczby z danego jej procenta.....	67
Jakim procentem jednej liczby jest druga liczba	67
Obniżka i podwyżka procentowa.....	68
Obliczanie odsetek od lokaty	69
Procent składany – kapitalizacja odsetek	70
20. Pierwiastki.....	72
Wzory dla pierwiastków.....	72
Pierwiastek kwadratowy	73
Dodawanie i odejmowanie	74
Mnożenie i dzielenie.....	74
Mnożenie sum i różnic z pierwiastkami.....	75
Skracanie pierwiastka w działaniu	75
Wyłączanie czynnika przed znak pierwiastka.....	75
Włączanie liczby pod znak pierwiastka	76
Uwalnianie mianownika od niewymiernego pierwiastka	77
Pierwiastek sześcienny	79
Wyłączanie czynnika przed znak pierwiastka.....	80
Włączanie czynnika pod znak pierwiastka.....	80

*Uwymiernianie mianownika z pierwiastkiem sześciennym.....	81
Pierwiastki wyższych stopni	81
21. Układ współrzędnych	83
Obraz punktu w symetrii X, Y oraz środka (0; 0).....	83
22. Wartość bezwzględna	84
Wykres wartości bezwzględnej.....	85
Błąd bezwzględny i względny	86
23. Wyrażenia algebraiczne	87
Nazwy wyrażeń algebraicznych.....	87
Obliczanie wartości wyrażenia.....	88
Dodawanie i odejmowanie	89
Minus przed nawiasem	89
Mnożenie.....	89
Dzielenie.....	90
Potęgowanie	91
Wzory dotyczące potęg.....	92
Sprawdzanie podstawy potęgi do liczb 2, 3, 5, 10.....	94
Wyłączanie czynnika przed nawias	96
Wzory skróconego mnożenia	98
Zamiana sumy na iloczyn	99
Doprowadzanie wyrażeń do najprostszej postaci	100
Przekształcanie wyrażeń.....	101
24. Jak rozwiązywać równania	103
Zadania tekstowe z jedną niewiadomą	110
Zadanie tekstowe o wieku	112
Z miast A i B wyjeżdżają dwaj motocykliści	113
Roztwory procentowe	113
25. Proporcjonalność prosta.....	115
Wykres	115
Równanie w postaci proporcji	116
Proporcja w zadaniu tekstowym	117
26. Proporcjonalność odwrotna.....	119
Typowe zadania z proporcjonalności odwrotnej.....	120
Wykres	121
27. Nierówności z jedną niewiadomą	122
Zmiana zwrotu w nierówności	123
28. Działania na zbiorach A, B.....	126

29. Przedziały liczbowe	128
Nieskończoność w przedziale.....	129
Działania na przedziałach liczbowych.....	130
*30. Logika.....	133
*Alternatywa	133
*Koniunkcja.....	133
*Implikacja	134
*Równoważność.....	134
*Logiczne tabelki	135
31. Funkcja – przykłady, definicja	137
Sposoby przedstawienia funkcji.....	138
32. Własności funkcji	139
Dziedzina.....	139
Zbiór wartości	141
Miejsce zerowe	142
Wartości dodatnie i ujemne	145
*Różnowartościowość.....	146
Wartość największa i najmniejsza funkcji.....	146
*Parzystość i nieparzystość.....	147
*Okresowość.....	148
*Funkcja odwrotna	149
33. Własności funkcji liniowej	151
Postać kierunkowa i ogólna prostej.....	155
Wykres funkcji opisany kilkoma warunkami	156
*Ustalanie liczby rozwiązań dla $f(x) = m$	157
Równanie liniowe z dwiema niewiadomymi	158
Wzór prostej przechodzącej przez dwa punkty.....	158
*Tangens kąta nachylenia prostej do osi x	159
Parametr w funkcji liniowej.....	161
Równania liniowe.....	162
Równanie liniowe z parametrem.....	163
Dyskusja liczby rozwiązań.....	163
Nierówności liniowe.....	165
34. Układ równań z dwiema niewiadomymi	168
Metody rozwiązywania układów równań.....	168
Metoda podstawiania.....	169
Metoda przeciwnych współczynników	170
Metoda graficzna.....	171

Układ oznaczony, nieoznaczony, sprzeczny.....	172
*Metoda wyznaczników.....	173
*Parametr w układzie równań.....	175
*Dyskusja liczby rozwiązań dla układu równań.....	176
*Układ równań z trzema niewiadomymi.....	177
Zadania tekstowe na układ równań.....	179
Układ nierówności liniowych.....	184
35. Wartość bezwzględna jako funkcja	187
Wykres wartości bezwzględnej przesunięty o wektor	187
Równania i nierówności z wartością bezwzględną.....	188
Graficzny sposób rozwiązywania równań i nierówności	190
*Równanie z dwiema wartościami bezwzględnymi	191
*Nierówność z dwiema wartościami bezwzględnymi	193
36. Wzór funkcji w przekształceniu	195
Symetria względem osi X.....	195
Symetria względem osi Y	196
Symetria względem środka (0;0)	197
Translacja, czyli przesunięcie wykresu o wektor	198
37. Funkcja kwadratowa.....	201
Elementarne parabole.....	202
Wierzchołek paraboli	203
Własności funkcji kwadratowej.....	203
Trzy szczególne punkty na paraboli.....	206
Wpływ delty na liczbę miejsc zerowych.....	206
Postać kanoniczna funkcji kwadratowej.....	208
Parabola przesunięta o wektor.....	210
Postać iloczynowa funkcji kwadratowej.....	212
*Wzory Viete'a, czyli „minus baca”	214
Równania kwadratowe.....	216
Równania pełne	217
Równania niepełne.....	218
Równania iloczynowe.....	221
Równania dwukwadratowe.....	222
Nierówności kwadratowe.....	223
Nierówności pełne	223
Nierówności niepełne.....	225
Funkcja kwadratowa – zadania tekstowe.....	230
*Parametr w funkcji kwadratowej.....	233

*Założenia do równań z parametrem.....	233
*Założenia do nierówności z parametrem	236
38. Wielomiany, sumy algebraiczne	238
Dodawanie.....	239
Odejmowanie	239
Mnożenie.....	239
*Dzielenie.....	241
Równość wielomianów	243
Rozkład wielomianu na czynniki	244
Cztery sposoby rozkładu wielomianu na czynniki	245
*Twierdzenie Bezout'a	249
Równania wielomianowe.....	252
Równania w postaci iloczynu	252
Równania nierozłożone na czynniki.....	253
*Nierówności wielomianowe	256
*Wykres fali.....	256
*Nierówności w postaci iloczynowej.....	257
*Nierówności nierozłożone na czynniki	259
Parametr w wielomianie	262
39. Funkcja wymierna	264
Wykres i własności	264
Hiperbola przesunięta o wektor.....	266
Postać kanoniczna.....	268
*Zamiana postaci homograficznej na kanoniczną.....	270
Działania na wyrażeniach wymiernych	272
Obliczanie dziedziny.....	272
Skracanie wyrażeń wymiernych	273
Mnożenie i dzielenie.....	274
Dodawanie i odejmowanie	275
Równania wymierne	277
*Nierówności wymierne	280
40. Funkcja potęgowa.....	285
Wzory – twierdzenia o potęgach.....	285
*Wykresy funkcji potęgowej.....	288
41. Funkcja wykładnicza	290
Własności funkcji.....	290
Symetria względem osi X, Y oraz środka (0;0).....	292
Przesunięcie wykresu o wektor	293

Miejsce zerowe	294
Równania wykładnicze	295
*Nierówności wykładnicze.....	296
42. Funkcja logarytmiczna.....	299
Obliczanie logarytmu.....	299
Gdy x jest liczbą logarytmowaną	301
Gdy x jest podstawą logarytmu.....	301
*Dziedzina logarytmu	302
Twierdzenia o logarytmach	303
*Równania logarytmiczne.....	305
*Nierówności logarytmiczne	308
*Wykres funkcji logarytmicznej	310
*Wykres funkcji logarytmicznej w translacji.....	312
*Przekształcenia wykresów logarytmicznych.....	313
43. Geometria – podstawowe pojęcia	314
Wzór na liczbę przekątnych w wielokącie.....	316
Twierdzenie o kącie wpisanym i środkowym	317
Przekształcenia na płaszczyźnie – symetrie i inne.....	319
Symetria osiowa.....	319
Symetria środkowa względem punktu.....	319
Translacja, czyli przesunięcie o wektor	320
Obrót figury o kąt	320
Jednokładność.....	321
Pole figury w jednokładności	322
44. Planimetria – pola i obwody figur.....	323
Jak zapisać równanie w planimetrii.....	326
Twierdzenie Pitagorasa	327
Obliczanie pól i obwodów.....	329
z zastosowaniem tw. Pitagorasa	329
Zadania związane z trójkątem równobocznym	331
Egiptski trójkąt prostokątny	333
Twierdzenie Talesa.....	334
Podział odcinka na nieparzystą liczbę równych części	335
Podział odcinka w danym stosunku	336
Podział liczby w danym stosunku	336
45. Figury podobne.....	338
Podobieństwo figur w zadaniach tekstowych.....	339
46. Funkcje trygonometryczne	341

Definicje funkcji sin, cos, tg, ctg	341
Tabela wartości funkcji dla $30^\circ, 45^\circ, 60^\circ$	343
Kiedy stosować funkcje, a kiedy twierdzenie Pitagorasa?	344
Funkcje trygonometryczne w układzie współrzędnych	347
Wartości funkcji dla kątów: $0^\circ, 90^\circ, 180^\circ, 270^\circ, 360^\circ$	348
Zamiana stopni na radiany	349
Zamiana radianów na stopnie	349
Obliczanie funkcji mając daną jedną z nich	350
Tożsamości trygonometryczne	352
Dopełnianie do 90°	354
Dopełnianie do 180°	354
*Redukowanie dużego kąta do kąta ostrego	355
*Wzory redukcyjne	357
*Funkcja kąta ujemnego	358
*Konstrukcja kąta w oparciu o dany sin, cos, tg lub ctg.....	359
*Twierdzenie cosinusów i sinusów.....	362
*Wykres i własności funkcji sinus	366
*Wykres i własności funkcji cosinus	367
*Wykres i własności funkcji tangens.....	368
*Wykres i własności funkcji cotangens	369
*Przekształcenia wykresów funkcji.....	370
*Równania trygonometryczne	371
*Nierówności trygonometryczne.....	376
*Wzory trygonometryczne	378
47. Ciągi liczbowe	380
Wzór ciągu i jego zastosowanie	380
Pytania dotyczące wyrazów ciągu	381
*Wzór rekurencyjny	382
Wykres ciągu	382
Monotoniczność ciągu	383
Ciąg arytmetyczny	386
Wzór ogólny ciągu.....	386
Suma ciągu.....	388
Własność ciągu	390
Ciąg geometryczny	393
Wzór ogólny ciągu.....	394
Suma ciągu.....	395
Własność ciągu	396
*Połączony ciąg arytmetyczny z geometrycznym.....	398

*Szereg geometryczny	401
*Zastosowanie szeregu w ułamku okresowym	403
*48. Indukcja matematyczna	405
49. Statystyka	406
Średnia arytmetyczna	406
Mediana	406
Dominanta	406
Średnia ważona	407
Wariancja	407
Odchylenie standardowe	407
50. Geometria analityczna	410
Długość odcinka – odległość dwóch punktów	410
Środek odcinka	410
*Wektory	410
*Długość wektora	414
*Prostopadłość i równoległość wektorów	414
*Iloczyn skalarny wektorów	415
*Cosinus kąta między wektorami	416
Równanie prostej	417
Prosta przechodząca przez dwa punkty	418
Prosta równoległa	418
Prosta prostopadła	418
Parabola i hiperbola	418
Równanie okręgu	419
Wzajemne położenie dwóch okręgów	422
*Odległość punktu od prostej	425
Położenie okręgu i prostej	426
Pole trójkąta	427
Zadania analityczne	429
51. Stereometria	435
Co należy powtórzyć	435
52. Graniastosłupy	437
Graniastosłup prawidłowy trójkątny	438
Graniastosłup prawidłowy czworokątny	438
Graniastosłup prawidłowy sześciokątny	439
Prostopadłościan	439
Sześciąt	440
Obliczanie objętości i powierzchni graniastosłupów	441

53. Ostrosłupy.....	448
Ostrosłup prawidłowy trójkątny	448
Czworościan foremny	449
Ostrosłup prawidłowy czworokątny.....	449
Ostrosłup czworokątny o podstawie prostokąta	450
Ostrosłup prawidłowy sześciokątny	451
Kąty w ostrosłupie prawidłowym trójkątnym	452
Kąty w ostrosłupie prawidłowym czworokątnym	453
Obliczanie objętości i powierzchni ostrosłupów.....	454
54. Bryły obrotowe	462
Walec	462
Stożek	463
Kula.....	464
Obliczanie objętości i powierzchni walca.....	465
Obliczanie objętości i powierzchni stożka	469
Obliczanie odcinków z pominięciem funkcji.....	471
Kula w zadaniach.....	473
55. Kombinatoryka	476
Reguła mnożenia	477
Permutacja	481
Skracanie ułamków, w których występuje silnia	482
Zastosowanie permutacji	483
Wariacja z powtórzeniami.....	484
Wyniki dla rzutów kostką lub monetą.....	485
Wariacja bez powtórzeń.....	488
Zadania na wariację bez powtórzeń	488
*Kombinacja – symbol Newtona	491
*Zadania na kombinację	492
*Szybkie obliczanie kombinacji	494
*Karciane kombinacje.....	495
*Kłopotliwe co najmniej i co najwyżej.....	496
Podsumowanie wiadomości z kombinatoryki	498
56. Rachunek prawdopodobieństwa.....	500
Klasyczna definicja prawdopodobieństwa	501
Własności prawdopodobieństwa	501
Prawdopodobieństwo sumy i iloczynu	501
Obliczanie prawdopodobieństwa z wariacji i reguły mnożenia	502
Działania na zdarzeniach losowych	506

*Obliczanie prawdopodobieństwa z kombinacji.....	509
Metoda drzewka	512
*Prawdopodobieństwo warunkowe	518
*Niezależność zdarzeń	521
*Prawdopodobieństwo całkowite.....	523
*Schemat Bernoulliego.....	527
*57. Granice funkcji.....	531
*Granica do nieskończoności.....	531
*Granica w punkcie.....	533
*Granica lewostronna i prawostronna	535
*58. Pochodna funkcji.....	537
*Obliczanie pochodnej z wzorów.....	537
*Pochodne funkcji trygonometrycznych	538
*Pochodne z pierwiastków.....	538
*Pochodna z iloczynu funkcji.....	539
*Pochodna z ilorazu funkcji	539
*Pochodna w punkcie	540
*Obliczanie pochodnej z definicji.....	540
*Pochodna a monotoniczność funkcji.....	542
*Ekstremum funkcji.....	545
*Styczna do krzywej	546
*Pochodna w zadaniu optymalizacyjnym	547
*59. Asymptoty.....	550
*Asymptota pionowa	550
*Asymptota pozioma.....	552
*Asymptota ukośna	553
*60. Badanie przebiegu zmienności funkcji	554
*Przebieg zmienności funkcji wielomianowej	554
*Przebieg zmienności funkcji wymiernej.....	558
*61. Całka.....	562
*Obliczanie całki z podstawowego wzoru.....	562
*Całkowanie przez części.....	565
62. Tablice funkcji trygonometrycznych	567